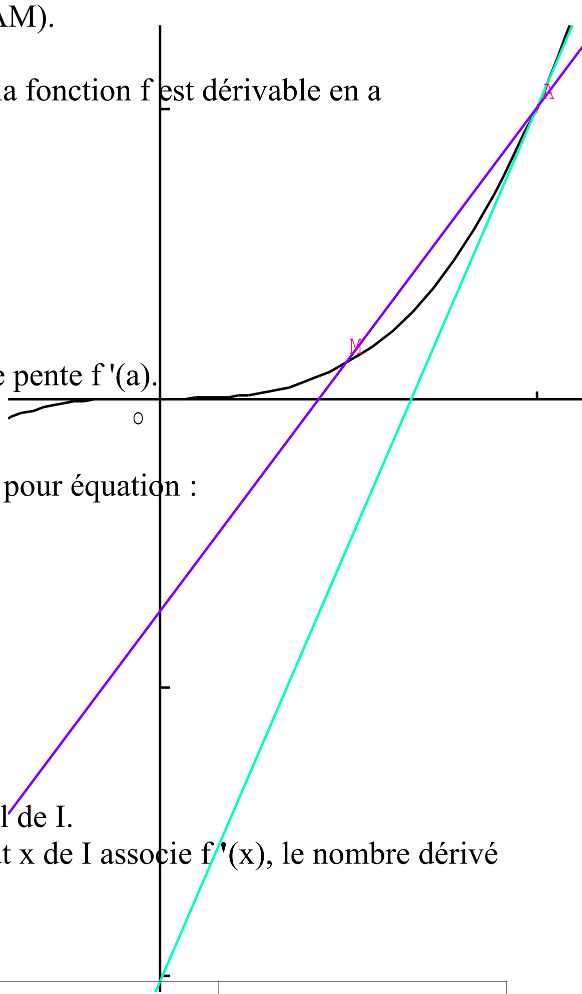
Dérivation

I Nombre dérivé d'une fonction f en a

1. Définition

Le taux de variation (ou taux d'accroissement) de f entre a et a + h est : t(h)= $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Sur le graphique t(h) est le coefficient directeur (ou pente) de la droite (AM).



2. Définitions

Lorsque le taux de variation t(h) tend vers un nombre réel m, on dit que la fonction f est dérivable en a et on note f '(a)= $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ = m

Sur le graphique la courbe a pour équation $f(x)=x^3$

f '(a) est le coefficient directeur (ou pente) de la droite d tracée en bleue on lit f '(1)=3

3. Définition

La tangente à la courbe au point A(a;f(a)) est la droite passant par A et de pente f '(a).

Sur le graphique c'est la droite d.

4. Propriété

Si f est dérivable en a alors la tangente à la courbe Cf au point A(a;f(a) a pour équation :

y=f '(a) (x – a) + f(a)

Si contre la tangente tracée en bleue a pour équation y=3x-2.

Exercice :

Retrouver l'équation de la tangente par le calcul.

II Dérivée d'une fonction usuelle

1. Définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On dit que f est dérivable sur I lorsque f est dérivable en tout nombre réel de I.

Lorsque f est dérivable sur I la **fonction dérivée** de f, notée **f '** qui, à tout x de I associe f '(x), le nombre dérivé de f en x. On a ainsi défini la fonction f **': x** → f '(x) pour tout x de I

2. Propriété

Dérivées des fonctions usuelles

Fonction	Domaine de définition	Expression algèbrique de f	Dérivable sur …	Foncion dérivée notée f '
Puissance	$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$ *	f(x) = x^n avec n>0 f(x) = x^n avec n<0	$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$ *	f '(x) = nx^{n-1}
Fonction affine	$\mathbb{R}$	f(x) = ax+b avec a et b deux réels	$\mathbb{R}$	f '(x) = a

Corollaires :

Fonction racine	$\mathbb{R}$	f(x) = $\sqrt{x}$	$\mathbb{R}$*	f '(x) = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Fonction inverse	$\mathbb{R}$*	f(x) = $\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}$*	f '(x) = $-\frac{1}{x^2}$

Propriétés

Produit de deux fonctions	u et v définies sur I	f = u v	I	f ' = u' v + u v'
Quotient de deux fonctions	u et v définies sur I avec $v\neq 0$ sur I	f = $\frac{u}{v}$	I	f '= $\frac{u'v-uv'}{v^2}$
Inverse d'une fonction	v définies sur I avec $v\neq 0$ sur I	f = $\frac{1}{v}$	I	f ' = $\frac{-v'}{v^2}$
Composition d'une fonction avec une fonction affine	$x\in I$, $ax+b\in J$ ainsi f définie sur I et g définie sur J	f(x) = g(ax+b)	I	f '(x)= ag'(ax+b)